

УДК 533.9.02

ПРОДОЛЬНАЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ КВАНТОВОЙ ВЫРОЖДЕННОЙ ПЛАЗМЫ С ПОСТОЯННОЙ ЧАСТОТОЙ СТОЛКНОВЕНИЙ

© 2014 г. А. В. Латышев, А. А. Юшканов

Московский государственный областной университет

Московский государственный гуманитарный университет им. М. А. Шолохова

E-mail: avlatyshev@mail.ru, yushkanov@inbox.ru

Поступило в редакцию 01.04.2013 г.

Из общей формулы диэлектрической проницаемости квантовой столкновительной плазмы выведена соответствующая формула для вырожденной плазмы. Проведено графическое изучение действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости квантовой столкновительной вырожденной плазмы, а также их сравнение с действительной и мнимой частями диэлектрической проницаемости столкновительной классической вырожденной плазмы.

DOI: 10.7868/S0040364414010128

В известной работе Мермина [1] было анонсировано выражение для продольной диэлектрической проницаемости квантовой столкновительной плазмы в случае постоянной частоты столкновений частиц плазмы. Подробный вывод был дан в работе [2]. При этом использовалось кинетическое уравнение Шредингера–Больцмана с интегралом столкновений релаксационного типа.

Ранее в работе Линдхарта [3] было получено выражение для продольной и поперечной диэлектрической проницаемости квантовой бесстолкновительной плазмы. Кливером и Фуксом [4] было показано, что прямое обобщение формул Линдхарта на случай столкновительной плазмы некорректно. Этот недостаток для продольной диэлектрической проницаемости был устранен в работе Мермина [1].

Для столкновительной плазмы корректные формулы продольной и поперечной электрической проводимости и диэлектрической проницаемости получены соответственно в работах [5] и [6]. В этих работах использовалось кинетическое уравнение Вигнера–Власова–Больцмана в релаксационном приближении в координатном пространстве. В работе [7] была впервые выведена формула для поперечной электрической проводимости квантовой столкновительной плазмы с использованием кинетического уравнения Шредингера–Больцмана относительно матрицы плотности.

В последние годы существует устойчивый интерес к исследованию и применению свойств квантовой плазмы [8–13]. В работе [2] приведен подробный вывод формулы для продольной ди-

электрической проницаемости квантовой столкновительной плазмы

$$\varepsilon_l = 1 + \frac{4\pi e^2}{q^2} \frac{(\omega + i\nu)B(\mathbf{k}, 0)B(\mathbf{k}, \omega + i\nu)}{\omega B(\mathbf{k}, 0) + i\nu B(\mathbf{k}, \omega + i\nu)}, \quad (1)$$

где

$$B(\mathbf{k}, \omega + i\nu) = \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^3} \frac{f_{\mathbf{k}'+\mathbf{k}/2} - f_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}/2}}{E_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}/2} - E_{\mathbf{k}'+\mathbf{k}/2} + \hbar(\omega + i\nu)}. \quad (2)$$

Здесь

$$E_{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m}, \quad f_{\mathbf{k}} = \left[\exp \frac{E_{\mathbf{k}} - \mu_0}{k_B T} + 1 \right]^{-1},$$

τ – среднее время свободного пробега электронов, $\nu = 1/\tau$ – частота столкновений частиц плазмы, \mathbf{k} – волновой вектор, ω – частота колебаний электромагнитного поля, e и m – заряд и масса электрона, \hbar – постоянная Планка, k_B – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, μ_0 – химический потенциал плазмы в равновесном состоянии.

В [2] показано, что формула (1) в точности совпадает с формулой Мермина из [1].

Преобразуем формулу (1) для случая вырожденной плазмы, т.е. возьмем $f_{\mathbf{k}} = \Theta(E_F - E_{\mathbf{k}})$, где $E_F = \frac{p_F^2}{2m}$ – энергия электронов на поверхности Ферми, $\Theta(x)$ – единичная ступенька Хэвисайда, $p_F = m v_F$ – импульс электрона на поверхности Ферми, v_F – скорость электрона на поверхности Ферми.

Представим интеграл (2) в виде разности двух интегралов. Введем в этих интегралах очевидную замену переменных. В результате получаем

$$B(\mathbf{k}, \omega + i\nu) = \int \frac{d\mathbf{k}'}{4\pi^3} \times \frac{\Theta(E_F - E_{\mathbf{k}})[2E_{\mathbf{k}'} - E_{\mathbf{k}'+\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}}]}{[E_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}'} + \hbar(\omega + i\nu)][E_{\mathbf{k}'} - E_{\mathbf{k}'+\mathbf{k}} + \hbar(\omega + i\nu)]}. \quad (3)$$

Перейдем к интегрированию по безразмерному волновому вектору $\mathbf{P} = \mathbf{k}/k_F$, векторы \mathbf{P} и \mathbf{k} направим вдоль оси x , полагая $\mathbf{P} = P_x(1, 0, 0)$ и $\mathbf{k} = k(1, 0, 0)$. Введем еще один волновой вектор $\mathbf{q} = \mathbf{k}/k_F$. Тогда

$$E_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}'} + \hbar(\omega + i\nu) = -2qE_F \left(P_x - \frac{q}{2} - \frac{z}{q} \right).$$

Здесь

$$z = \frac{\hbar(\omega + i\nu)}{2E_F} = \frac{\omega + i\nu}{k_F v_F}, \quad x = \frac{\omega}{k_F v_F}, \quad y = \frac{\omega}{k_F v_F}.$$

Аналогично

$$E_{\mathbf{k}'} - E_{\mathbf{k}'+\mathbf{k}} + \hbar(\omega + i\nu) = -2qE_F \left(P_x + \frac{q}{2} - \frac{z}{q} \right)$$

ядро интеграла (3) равно

$$\frac{\Theta(E_F - E_{\mathbf{k}})[2E_{\mathbf{k}'} - E_{\mathbf{k}'+\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}}]}{[E_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}'} + \hbar(\omega + i\nu)][E_{\mathbf{k}'} - E_{\mathbf{k}'+\mathbf{k}} + \hbar(\omega + i\nu)]} = -\frac{1}{2E_F \left[\left(P_x - \frac{q}{2} \right)^2 - \left(\frac{q}{2} \right)^2 \right]}.$$

В интеграле (3) $E_{\mathbf{k}'} = E_F \mathbf{P}^2$, $\Theta(E_F - E_{\mathbf{k}'}) = \Theta(1 - \mathbf{P}^2)$.

Теперь интеграл (3) равен

$$B(q, z) = -\frac{k_F^3}{8\pi^3 E_F} \int \frac{\Theta(1 - \mathbf{P}^2) d^3 P}{\left(P_x - \frac{z}{q} \right)^2 - \left(\frac{q}{2} \right)^2} = -\frac{3N}{4\pi m v_F^2} \int_{\mathbf{P}^2 < 1} \frac{d^3 P}{\left(P_x - \frac{z}{q} \right)^2 - \left(\frac{q}{2} \right)^2}.$$

Нетрудно видеть, что

$$B(q, z) = -\frac{3N}{4m v_F^2} b(q, z),$$

где

$$b(q, z) = \int_{-1}^1 \frac{(1 - P_x^2) dP_x}{\left(P_x - \frac{z}{q} \right)^2 - \left(\frac{q}{2} \right)^2} = -2 + \frac{1}{q} \left[1 - \left(\frac{z}{q} \right)^2 - \left(\frac{q}{2} \right)^2 \right] \times \ln \frac{(z/q)^2 - 1 + q - (q/2)^2}{(z/q)^2 - 1 - q - (q/2)^2} - \frac{z}{q} \ln \frac{(1 - z/q)^2 - (q/2)^2}{(1 + z/q)^2 - (q/2)^2},$$

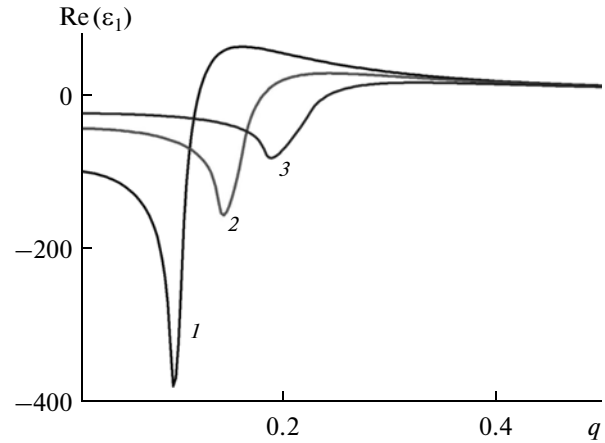


Рис. 1. Действительная часть диэлектрической функции.

причем

$$b(q, 0) = -2 + \frac{(2-q)(2+q)}{2q} \ln \frac{q-2}{q+2}.$$

С помощью этих интегралов находим электрическую проводимость

$$\frac{\sigma_l}{\sigma_0} = i \frac{3xy(x+iy)b(q, z)b(q, 0)}{4q^2 xb(q, 0) + iyb(q, z)},$$

где $\sigma_0 = e^2 N / m v$ — статическая проводимость, и диэлектрическую проницаемость

$$\varepsilon_l = 1 - \frac{3x_p^2 (x+iy)b(q, z)b(q, 0)}{4q^2 xb(q, 0) + iyb(q, z)},$$

$$x_p = \frac{\omega_p}{k_F v_F},$$

где $\omega_p = 4\pi e^2 N / m$ — плазменная (ленгмюровская) частота, N — числовая плотность (концентрация) плазмы.

Для сравнения приведем (см., например, [2]) диэлектрическую проницаемость классической вырожденной плазмы

$$\varepsilon_l^{\text{classic}} = 1 + \frac{3\omega_p^2}{k^2 v_F^2} \frac{1 + \frac{\omega + i\nu}{2k v_F} \ln \frac{(\omega + i\nu)/v_F - k}{(\omega + i\nu)/v_F + k}}{1 + \frac{i\nu}{2k v_F} \ln \frac{(\omega + i\nu)/v_F - k}{(\omega + i\nu)/v_F + k}}. \quad (4)$$

Перепишем формулу (4) в безразмерных переменных

$$\varepsilon_l^{\text{classic}} = 1 + \frac{3x_p^2}{q^2} \frac{1 + \frac{z}{2q} \ln \frac{z-q}{z+q}}{1 + \frac{z}{2q} \ln \frac{z-q}{z+q}}.$$

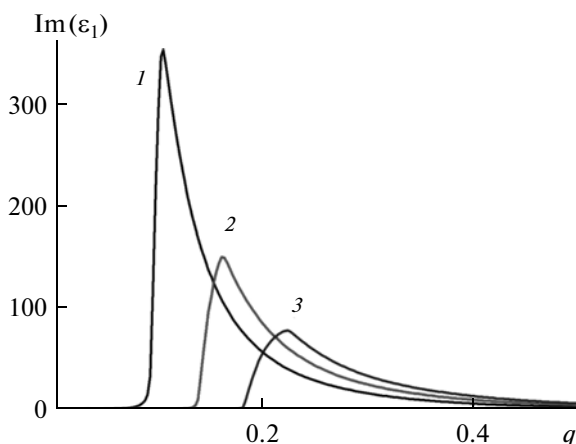


Рис. 2. Мнимая часть диэлектрической функции.

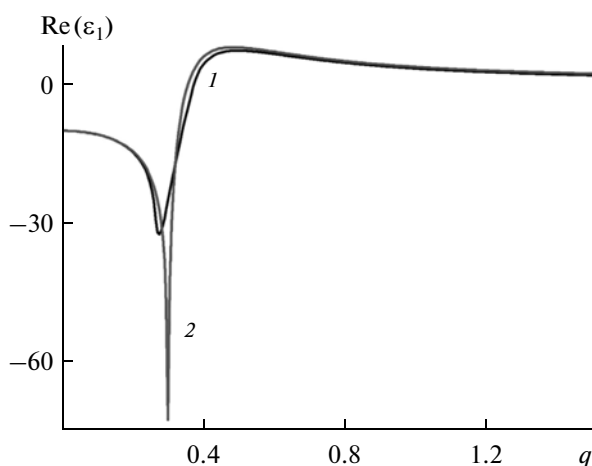


Рис. 3. Сравнение действительных частей квантовой (1) и классической (2) плазмы.

На рис. 1–3 безразмерная плазменная частота взята равной единице $x_p = 1$, а безразмерная частота столкновений частиц $y = 0.001$.

На рис. 1 и 2 приводятся графики действительной и мнимой частей диэлектрической функции $\varepsilon_l = \varepsilon_l(q)$. Кривые 1–3 отвечают значениям безразмерной частоты колебаний электромагнитного поля $x = 0.1, 0.15, 0.2$ соответственно. Заметим, что действительная часть имеет минимум при всех значениях x , а при малых x — еще и максимум, который с ростом x пропадает. Видно, что при уменьшении частоты столкновений y (когда плазма переходит в бесстолкновительную) наблюдаемый минимум переходит в коновскую особенность (см., например, [5]). Мнимая часть диэлектрической проницаемости имеет один максимум, причем $\text{Im}(\varepsilon_l(q)) \rightarrow 0$ при $q \rightarrow \infty$, в то время как $\text{Re}(\varepsilon_l(q)) \rightarrow 1$ при $q \rightarrow \infty$.

На рис. 3 приводится сравнение действительной и мнимой частей диэлектрической функции кванто-

вой и классической столкновительной вырожденной плазмы. Отметим, что действительная часть классической плазмы имеет минимум в точке $q = x = 0.3$, а мнимая часть в этой же точке — максимум. Переход от квантовой к классической плазме приводит к заметному увеличению минимума (для действительной части) и максимума (для мнимой части).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mermin N.D. Lindhard Dielectric Functions in the Relaxation-Time Approximation // Phys. Rev. B. 1970. V. 1. № 5. P. 2362.
2. Latyshev A.V., Yushmanov A.A. Longitudinal Electric Conductivity and Dielectric Permeability in Quantum Plasma with Constant Collision Frequency in Mermin's Approach // arXiv:1212.6260v1 [physics.plasm-ph]. 26 Dec. 2012.
3. Lindhard J. On the Properties of a Gas of Charged Particles // Kong. Danske Videnskaber nes Selskab, Mat.-Fys. Meddelelser. 1954. V. 28. № 8. P. 1.
4. Kliever K.L., Fuchs R. Lindhard Dielectric Functions with a Finite Electron Lifetime // Phys. Rev. 1969. V. 181. № 2. P. 552.
5. Латышев А.В., Юшканов А.А. Продольная проницаемость квантовой вырожденной столкновительной плазмы // ТМФ. 2011. Т. 169. № 3. С. 431.
6. Латышев А.В., Юшканов А.А. Поперечная электрическая проводимость в квантовой столкновительной плазме // Физика плазмы. 2012. Т. 38. № 11. С. 977.
7. Латышев А.В., Юшканов А.А. Поперечная электрическая проводимость в квантовой столкновительной плазме в подходе Мермина // ТМФ. 2013. Т. 175. № 1. С. 134.
8. Петрин А.Б. Заметки о микроскопической теории диэлектрической поляризации // ТВТ. 2013. Т. 51. № 2. С. 170.
9. Шуаибов О.К., Чучман М.П., Месарош Л.В. Эмиссионные характеристики лазерной плазмы олова // ТВТ. 2012. Т. 50. № 5. С. 620.
10. De Andrés P., Monreal R., Flores F. Relaxation-Time Effects in the Transverse die Lectric Function and the Electromagnetic Properties of Metallic Surfaces and Small Particles // Phys. Rev. B. 1986. V. 34. № 10. P. 7365.
11. Шукла П.К., Элиассон Б. Нелинейные аспекты квантовой физики плазмы // УФН. 2010. Т. 180. № 1. С. 55.
12. Dressel M., Grüner G. Electrodynamics of Solids. Optical Properties of Electrons in Matter. Cambridge. Univ. Press, 2003. 487 p.
13. Brodin G., Marklund M., Manfredi G. Quantum Plasma Effects in the Classical Regime // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100. P. 175001-1.

ОЦЕНКИ НАПРЯЖЕННОСТИ ПОЛЯ БЕЗЭЛЕКТРОДНЫХ СТРИМЕРОВ В ВОДЕ

© 2014 г. С. М. Коробейников¹, А. В. Мелехов²

¹Новосибирский государственный технический университет

²Институт лазерной физики СО РАН, г. Новосибирск

E-mail: kor_ser_mir@ngs.ru

Поступило в редакцию 05.04.2013 г.

Приводятся оценки напряженности электрического поля безэлектродного стримера в воде по данным электрооптических измерений. На кончиках ветвей как анодонаправленного, так и катодонаправленного стримеров микроскопическая напряженность поля составляет приблизительно 10 МВ/см, тогда как макроскопическая напряженность поля вблизи стримерной зоны катодонаправленного и анодонаправленного стримеров составляет примерно 300 кВ/см и 2 МВ/см соответственно.

DOI: 10.7868/S0040364414010116

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] с помощью электрооптических измерений было показано, что модифицированные электроды позволяют повысить локальную напряженность поля в центре промежутка в два-три раза по сравнению со средней напряженностью поля и понизить ее вблизи поверхности электродов. Это позволило впервые зарегистрировать катодо- и анодонаправленные стримеры, инициируемые микрочастицами в объеме промежутка [1, 2].

Определение напряженности поля вблизи развивающихся стримеров является важной задачей, необходимой для понимания механизма электрического пробоя.

Цель настоящей работы — исследование напряженности поля вблизи безэлектродного стримера по экспериментальным данным [1–5], а также по ранее не опубликованным данным авторов.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В работах [1–3] эксперименты проводились на импульсах напряжения с характерным фронтом нарастания 0.6 мкс, длительностью 1.5–2 мкс и амплитудой U до 200 кВ. Использовались полусферические электроды диаметром 35–50 мм с зазором между ними $d = 3–5$ мм. Вода с проводимостью $\sigma \approx 10^{-7}$ (Ом см)⁻¹ поступала в ячейку из замкнутого контура очистки. Оптическая регистрация (теневого метода и метода Керра) осуществлялась полупроводниковым лазером ($\lambda = 0.61$ мкм) с длительностью импульса на полувысоте 3 нс и пространственным разрешением ≈ 10 мкм.

На рис. 1 приведена теневая фотография безэлектродного стримера в случае модифицированного анода, создающего у анода повышенную электропроводность. На расстоянии $\delta_A \approx 1$ мм от

его поверхности видна точка инициирования характерного одиночного стримера, распространяющегося одновременно как к аноду, так и к катоду в виде “полустримеров”. “Полустример”, распространяющийся в сторону катода, имеет форму конуса радиусом 250 мкм с углом $\approx \pi/2$. Следует отметить, что угол раствора конуса не является характеристикой стримеров. Так, для некоторых стримеров он был меньше 45° [2]. Полустример, распространяющийся в сторону анода, имеет форму куста длиной 140 мкм. На поверхности катода наблюдается множество таких образований. Максимальная высота кустов ≈ 1.4 мм. На расстоянии ≈ 0.1 мм от их кончиков регистрируются оптические возмущения плотности. Структура катодного куста — ветки толщиной 70 мкм и длиной около 100 мкм.

Генерация такого числа кустов связана с высокой напряженностью поля на катоде ($E_k \approx U/(d - \delta_A) \approx 700$ кВ/см) и с дозвуковой скоростью их распространения.

Результаты керрографических измерений безэлектродного стримера на начальной и более поздней стадиях развития приведены на рис. 2.

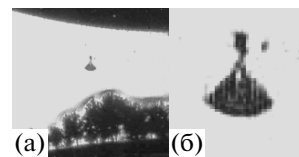


Рис. 1. Теневая фотография (а): сверху — анод модифицированный, внизу — катод металлический; $U = 142$ кВ, $d = 3$ мм, $t = 2.05$ мкс; темные точки — микрочастицы; (б) — увеличенная часть межэлектродного промежутка с безэлектродным стримером.

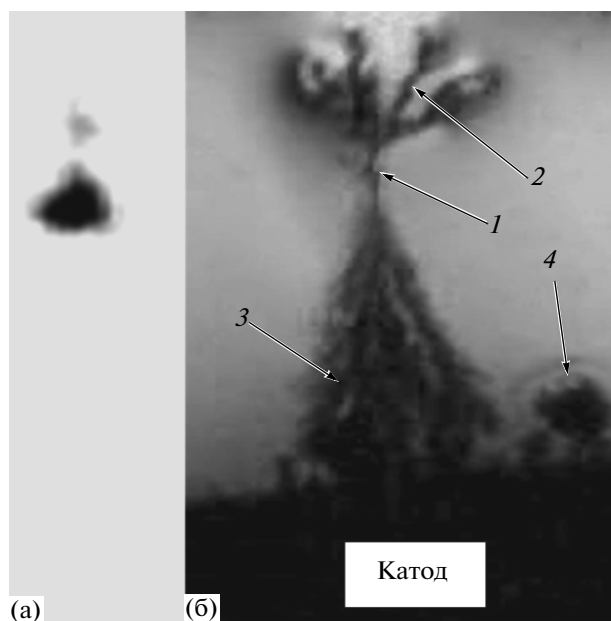


Рис. 2. Фрагменты керрограмм с безэлектродными стримерами: (а) — полная длина стримеров — 300 мкм [1], (б) — полная длина стримеров — 2.9 мм [2]. Стрелки показывают точку зарождения стримеров (1), катодную кустовидную структуру (2), анодный стример (3), обычный катодный стример (4).

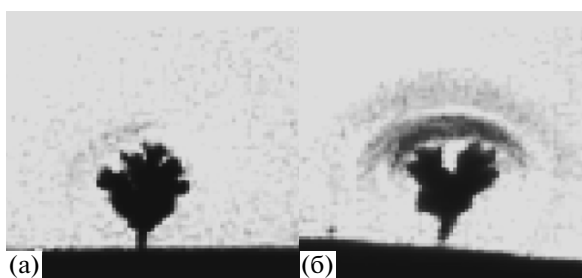


Рис. 3. Теневой снимок (а) и керрограмма (б) прикатодных стримеров [3] на металлических электродах, $U = 160$ кВ, $d = 4$ мм, размер кадра — 1×1 мм.

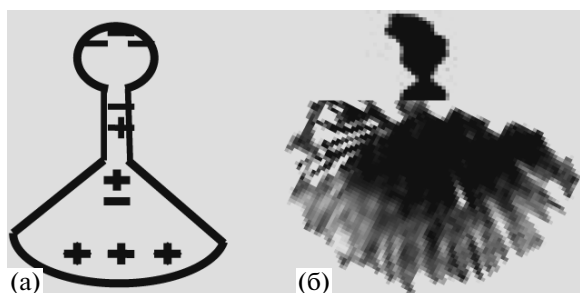


Рис. 4. Принципиальная схема безэлектродного стримера (а) и суперпозиция фрагментов катодного и анодного стримеров (б) [4] при $E \approx 800$ кВ/см, $t = 1.0$ мкс.

Из рис. 1 и 2 видно, что на теневой фотографии и керрограмме начальный стример имеет одинаковую форму. При касании стримером катода (рис. 2б) наблюдается увеличение напряженности поля вблизи анодонаправленного стримера. Однако по этой фотографии трудно оценить напряженность поля, так как неясно, успело ли произойти перераспределение поля после касания стримером катода.

Непосредственные измерения напряженности поля перед катодным стримером были проведены на металлических электродах [3] (рис. 3). Оценки средней напряженности поля вблизи границы стримера дали значение ≈ 2 МВ/см [4].

ОБСУЖДЕНИЕ

Безэлектродные стримеры гальванически не связаны с электродами, что однозначно свидетельствует об электрической нейтральности образования как целого. Для понимания физической картины процессов безэлектродный стример можно представить в виде электрического диполя с зарядами $+q$ и $-q$, расположенными на границе стримеров.

На рис. 4 приведено схематическое изображение такого стримера, а также теневые микрофотографии обычных стримеров, инициируемых микропузырьками с анода и катода [4], причем положение и размеры стримеров подобраны так, чтобы получилась картина, подобная безэлектродному стримеру.

Экспериментально зарегистрированная форма стримера асимметрична. Анодонаправленный стример характерного размера R_a имеет меньшую поверхность, чем катодонаправленный размером R_k . Увеличение макроскопической напряженности электрического поля вблизи поверхностей заряженной поверхности стримера. Для анодонаправленного стримера $S_a \approx 2\pi R_a^2$ (полусфера), для катодонаправленного $S_k \approx (\pi/2)R_k^2$ (конус с углом $\approx \pi/2$). При $R_a \approx 50$ мкм и $R_k \approx 250$ мкм [1] макроскопическая напряженность поля анодонаправленного стримера E_{ma} в шесть раз больше, чем перед веером катодонаправленных стримеров E_{mk} .

В работе [4] было показано, что начальный стример, инициируемый пузырьком на аноде, может состоять из $n \approx 10^2$ ветвей толщиной $2r_b \approx 50$ мкм, заполняющих полусферу радиусом 600 мкм с расстоянием между их кончиками 40–60 мкм (рис. 4б). Поскольку катодонаправленный стример, инициируемый микрочастицей в объеме, имеет вид конуса с раствором $\approx \pi/2$, можно предположить, что число их ветвей пропорционально углу и составляет $n \approx 10^2 \times (\pi/2)/2\pi \approx 25$. В более поздней работе [6] в трансформаторном масле также было заре-

гистрировано около 20 тонких каналов радиусом $(3-6) \times 10^{-6}$ м, расходящихся в пространстве почти под прямым углом.

Микроскопическую напряженность поля на кончике ветви можно оценить как напряженность поля, создаваемую зарядами, сосредоточенными на кончиках ветвей: $E_b \approx (q/25)/(4\pi r_b^2 \epsilon \epsilon_0) \approx (E_{mk}/200)(R_k/r_b)^2$. Для $R_k \approx 250$ мкм и $r_b \approx 2.5-5$ мкм имеем $E_b \approx (12-48)E_{mk}$.

Таким образом, с учетом электронейтральности безэлектродного стримера и его геометрических размеров получены основные соотношения напряженности поля его частей. Для количественных оценок необходимо определение заряда q . Согласно данным [3] (см. рис. 3) перед катодным стримером $E_{ma} \approx 2$ МВ/см, следовательно, заряд $q \approx E_{ma} 2\pi R_a^2 \epsilon \epsilon_0 \approx 2.2 \times 10^{-9}$ К ($R_a = 50$ мкм).

Отсюда напряженность макроскопического поля катодонаправленного стримера $E_{mk} \approx 300$ кВ/см, а напряженность микроскопического поля $E_b \approx (12-48)E_{mk} \approx 3.6-14.4$ МВ/см, что достаточно для автоионизации жидкости.

Минимальная напряженность поля между зарядами диполя $\sim 2q/4\pi(l/2)^2 \epsilon \epsilon_0$. Для $l = R_a + R_k \approx 300$ мкм получаем 200 кВ/см. Это значение меньше среднего поля $E_0 = 620$ кВ/см, что не противоречит экспериментальным данным.

На фоне однородного поля электрооптическая диагностика, используемая в работе [1], не позволила надежно зарегистрировать такие поля вследствие малости набег фаз на микронных размерах. Использование острейного анода в безпробойном режиме [5] позволило экспериментально зарегистрировать макроскопическую напряженность поля вблизи катодонаправленного стримера 320 кВ/см, что подтверждает вышеприведенные оценки $E_{mk} \approx 300$ кВ/см.

УДК 533.6.08, 536.331

ГАЗОВО-ПЛАЗМЕННЫЕ ПОТОКИ ПРИ ФЕМТОСЕКУНДНОЙ ЛАЗЕРНОЙ АБЛЯЦИИ МЕТАЛЛОВ В ВАКУУМЕ

© 2014 г. Е. Ю. Локтионов¹, А. В. Овчинников², Ю. С. Протасов¹,
Ю. Ю. Протасов¹, Д. С. Ситников²

¹Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,

²Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

E-mail: stcpe@bmstu.ru

Поступило в редакцию 20.02.2013 г.

С использованием методов комбинированной интерферометрии получены новые данные о распределении частиц по скоростям, средней массовой скорости и степени монохроматичности газово-плазменного потока при фемтосекундной ($\tau \sim 45$ фс, $\lambda \sim 800$ нм) лазерной абляции ряда металлов (Ti, Zr, Mo, Nb, Cu) в вакууме ($p \sim 5 \times 10^{-2}$ Па).

DOI: 10.7868/S004036441401013X

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, перед ветвями катодного и анодного стримеров напряженность микроскопического электрического поля составляет ≈ 10 МВ/см, однако напряженности макроскопического поля вблизи катодонаправленного стримера много меньше, чем вблизи анодонаправленного стримера. Ясно, что структура стримеров и механизм их распространения значительно различаются.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коробейников С.М., Мелехов А.В., Посух В.Г. Электрооптические измерения напряженности электрического поля в воде с приэлектродными проводящими слоями // Докл. РАН. 2010. Т. 433. № 6. С. 753.
2. Korobeynikov S.M., Melekhov A.V. Nonelectrode Streamers in Deionized Water // IEEE Trans. Plasma Sci. 2011. V. 39. № 11. P. 2632.
3. Korobeynikov S.M., Melekhov A.V., Posukh V.G., Ponomarenko A.G., Boyarintsev E.L., Antonov V.M. Optical Study of Prebreakdown Cathode Processes in Deionized Water // IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul. 2009. V. 16. № 2. P. 504.
4. Коробейников С.М., Мелехов А.В., Бесов А.С. Зажигание разряда в воде с помощью пузырьков // ТВТ. 2002. Т. 40. № 5. С. 706.
5. Nakamura S., Minamitani Y., Handa T., Katsuki S., Namihira T., Akiyama H. Optical Measurements of the Electric Field of Pulsed Streamer Discharges in Water // IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul. 2009. V. 16. № 4. P. 1117.
6. Торшин Ю.В. Импульсный электрический пробой жидких углеводородов. Динамика явлений при увеличении амплитуды напряжения и уменьшении степени неоднородности поля. Прогнозирование пробивного напряжения жидкости // ТВТ. 2011. Т. 49. № 1. С. 13.

При воздействии на конденсированные среды лазерного излучения с плотностью энергии, превышающей порог абляции, генерируется газоплазменный поток, характеризуемый, в частности, количеством вовлеченных в него частиц и их распределением по скоростям. При воздействии на металлы энергия лазерного излучения поглощается в тонком ($\sim 10^{-8}$ – 10^{-7} м) приповерхностном слое, что способствует большой объемной плотности поглощенной энергии лазерного излучения. Высокая теплопроводность металлов способствует рассеянию этой энергии в толще вещества, при этом размер зоны термического воздействия пропорционален длительности импульса излучения [1]. Скорость атомов и ионов в лазерно-индуцированном газоплазменном потоке в значительной мере зависит от доли рассеянной в тепло энергии, первоначально сообщенной веществу мишени [2], минимальной при воздействии ультракоротких импульсов лазерного излучения. Большинство работ по исследованию фемтосекундной лазерной абляции металлов посвящено сравнительно легко аблирующим меди и алюминию, в том числе потому, что для преодоления спектрально-энергетических порогов абляции тугоплавких металлов требуются более мощные лазерные установки [3].

В данном кратком сообщении приводятся новые экспериментальные данные о скоростных характеристиках газоплазменных потоков при фемтосекундной ($\tau \sim 45$ фс, $\lambda \sim 800$ нм, $W_{\max} \sim 42.5$ Дж/см², $I_{0,\max} \sim 9.4 \times 10^{14}$ Вт/см² в пятне фокусировки диаметром $d \sim 40$ мкм по уровню $1/e^2$) лазерной абляции зеркальных тонких (~ 200 нм) пленок металлов в вакууме и их сравнение с результатами воздействия более длинных импульсов излучения и воздействия в атмосферных условиях.

Экспериментальная установка, методика проведения эксперимента с использованием комбинированной интерферометрии поверхности мишени и приповерхностной зоны, а также комплексной обработки результатов подробно описаны ранее в [4–6]. В результате обработки полученных интерферограмм определены массовый расход с поверхности мишени и распределение концентрации электронов в лазерно-индуцированном газоплазменном потоке, на основе чего выполнена оценка распределения частиц по скоростям для ионизованной компоненты ($n_e \sim 10^{18}$ – 10^{20} см⁻³, средняя степень ионизации $\alpha \sim 0.4$ – 1.2). Аналогичность распределения по скоростям электронов и ионов в газоплазменном потоке при воздействии фемтосекундных импульсов лазерного излучения экспериментально показана в [7]. На основе этих первичных данных выполнены оценки параметров эффективности генерации импульса отдачи: среднемассовой скорости $\langle v \rangle$ (удельного им-

пульса $I_{sp} = \Sigma mv / \Sigma mg \approx \langle v \rangle / g$), степени монохроматичности потока $\mu = \langle v \rangle^2 / \langle v^2 \rangle$.

Среднеквадратичная скорость частиц определяется их температурой, а осевая проекция скорости (среднемассовая скорость) — степенью монохроматичности потока $\mu = \langle v \rangle^2 / \langle v^2 \rangle$. В литературе широко представлены данные о скоростных характеристиках газоплазменных потоков, среди которых можно выделить две существенно различные группы результатов: высокоскоростные и низкоскоростные. Данные о скорости в первой группе получены, как правило, с использованием времяпролетных зондов и фоторегистрации и относятся к ионам, доля которых в газоплазменном потоке по оценкам авторов цитируемых работ составляет единицы и доли процентов, тем не менее, удельный импульс оценивается по скорости этих немногочисленных, но быстрых частиц. В ряде работ можно встретить оценки удельного импульса, превышающие 3000 с и относящиеся к наиболее быстрым ионам высоких кратностей, вылетающих по нормали к поверхности, однако экстраполировать эти данные на весь поток не совсем корректно, так как изначально $I_{уд} = \Sigma mv / \Sigma mg$, т.е. должен учитываться вклад паров, капельной фазы, наночастиц и т.д. Данные для низкоскоростной группы получены либо делением импульса отдачи на массовый расход с поверхности мишени ($I_{уд} = P / \Delta mg$, где P — импульс отдачи), либо в данном случае в результате анализа интерферограмм газоплазменных потоков со степенью ионизации, близкой или превышающей единицу. Импульс отдачи и массовый расход в эксперименте чаще всего определяются непосредственно, поэтому данные и оценки, полученные на их основе, наиболее достоверны.

Распределение частиц по скоростям для исследованных авторами металлов имеет два отчетливо выраженных максимума (рис. 1а), соответствующих наиболее вероятным скоростям атомов и первых ионов [8] с максвелловским распределением по скоростям при температурах ~ 1 – 3 эВ. Аналогичные распределения получены, например, для титана методами фотометрии изображений газоплазменного потока в [9] и для меди с использованием времяпролетного зонда в [10].

По характеру зависимости среднемассовой скорости от интенсивности воздействующего лазерного излучения (рис. 1) для Ti и Cu наблюдается выраженная прямая, для Zr и Nb — слабая обратная и для Mo — нечеткая зависимость. В отличие от полимеров [11–13], зависимость среднемассовой скорости частиц от удельной плотности энергии не соответствует выражению $\langle v \rangle \propto \ln(W/W_a)^{1/2}$. В [14] для наносекундного воздействия показано, что даже для номинально одного вещества (алюминия) в зависимости от состояния поверхности (анодированная,

очищенная металлической щеткой и зеркальная), при одних и тех же условиях воздействия зависимость среднемассовой скорости от энергии лазерных импульсов может иметь оптимум, быть обратно и прямо пропорциональной; аналогичных данных для фемтосекундного воздействия в литературе найти не удалось. Скорость частиц при аналогичной интенсивности воздействия, по данным авторов, уменьшалась с течением времени (до 2 раз с 12 нс по 57 нс после воздействия). Вероятнее всего, такой результат связан с тем, что плотность частиц в дистальной (высокоскоростной) части потока со временем становилась ниже порога чувствительности методики и, таким образом, выпадала из расчета.

В работе [15] на основании качественного анализа голографических интерферограмм газоплазменных потоков сделан вывод о присутствии в газоплазменном потоке частиц с большим импульсом и направлением скорости, близким к нормали к поверхности мишени (что соответствует высокой степени монохроматичности потока μ). Результаты, представленные на рис. 2, количественно подтверждают это предположение. При этом для Nb и Zr зависимость μ от плотности энергии излучения не выражена, для Mo выражена слабо, а для Ti имеет оптимум вблизи точки перехода из низкоэнергетичного в высокоэнергетичный режим абляции [16, 17].

Степень монохроматичности потока в качестве интегрального коэффициента, как правило, не приводится в публикациях, посвященных исследованию углового распределения частиц по скоростям [18–20] и оперирующих для оценки этой характеристики показателем степени n в аппроксимационной зависимости $v(\theta) = v_0 \cos^n \theta$ (хотя, возможно, корректнее было бы принимать $v(\theta) = a + b \cos^n \theta$ [21] или еще более сложную зависимость). Значительно реже приводится другой интегральный параметр – полуугол раскрытия газоплазменного потока φ [22], для оценок можно принять $\mu \approx \cos^2 \varphi$. Качественный анализ результатов этих работ показывает, что газоплазменный поток при воздействии ультракоротких импульсов излучения обладает большей степенью монохроматичности, чем при воздействии наносекундных импульсов. В [19] для случая воздействия наносекундных импульсов излучения показано, что степень монохроматичности газоплазменного потока пропорциональна величине таких теплофизических характеристик металлов, как энергия сублимации, температуры плавления и кипения, однако в настоящих результатах подобных зависимостей не просматривается, вероятно, вследствие изменения механизма абляции [23] и более узкого разброса этих температур в представленном случае. Интересной особенностью зависимости степени монохрома-

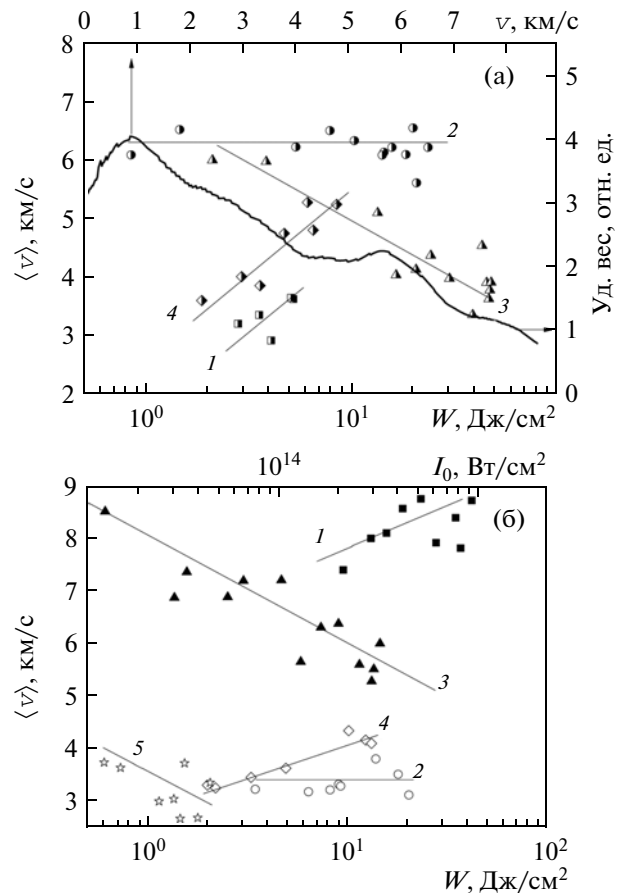


Рис. 1. Зависимость среднемассовой скорости частиц от плотности энергии излучения после лазерного воздействия: (а) – через 27 нс, (б) – 12 нс (1, 3) и 42 нс (2, 4, 5); 1 – Cu, 2 – Mo, 3 – Nb, 4 – Ti, 5 – Zr; жирная линия – распределение частиц по скоростям через 42 нс после воздействия на титановую мишень излучения с $W \sim 3.22$ Дж/см².

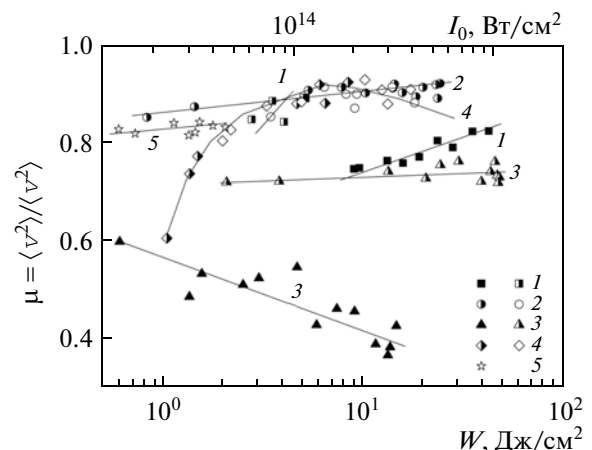


Рис. 2. Зависимость степени монохроматичности газоплазменного потока от плотности энергии излучения (обозначения как на рис. 1).

точности газово-плазменного потока от времени является то, что для Nb и Cu значения μ возрастают с течением времени, т.е. поток становится более коллимированным (рис. 2).

Проведено экспериментальное исследование скоростных характеристик газово-плазменных потоков при фемтосекундной лазерной абляции ряда металлов (Ti, Nb, Zr, Mo, Cu) в вакууме. С использованием методики комбинированной интерферометрии поверхности мишени и приповерхностной зоны выполнены оценки не только традиционных для подобных работ величин (распределения частиц по скоростям и среднemasсовой скорости), но и впервые — степени монохроматичности газово-плазменного потока ($\mu_{\max} \sim 0.92$).

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (госконтракты № 14.518.11.7009 и № 16.740.11.0686) и РФФИ (№№ 11-08-00848, 12-08-12047).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Hüttner B. Femtosecond Laser Pulse Interactions with Metals // The Theory of Laser Materials Processing / Ed. Dowden J. Dordrecht: Springer Science, 2009. P. 315.
- Vorobyev A.Y., Guo C. Residual Thermal Effects in Laser Ablation of Metals // J. Phys.: Conf. Ser. 2007. V. 59. P. 418.
- Локтионов Е.Ю., Овчинников А.В., Протасов Ю.Ю., Ситников Д.С. Энергетическая эффективность фемтосекундной лазерной абляции тугоплавких металлов // ЖПС. 2010. Т. 77. № 4. С. 604.
- Локтионов Е.Ю., Овчинников А.В., Протасов Ю.Ю., Ситников Д.С. Исследование газодинамических процессов фемтосекундного оптического разряда с аблирующей полимерной стенкой в атмосферных и вакуумных условиях // ТВТ. 2011. Т. 49. № 3. С. 415.
- Локтионов Е.Ю., Протасов Ю.Ю., Телех В.Д., Хазиев Р.Р. Комплексная обработка интерферограмм светоэрозионных газово-плазменных потоков в вакууме // ПТЭ. 2013. № 1. С. 53.
- Локтионов Е.Ю., Овчинников А.В., Протасов Ю.Ю., Ситников Д.С. Исследование оптико-теплофизических и газодинамических характеристик фемтосекундной лазерной абляции конструкционных материалов полимерного ряда // ТВТ. 2010. Т. 48. № 5. С. 766.
- Amoruso S., Wang X., Altucci C., de Lisio C., Armenante M., Bruzzese R., Spinelli N., Velotta R. Double-Peak Distribution of Electron and Ion Emission Profile During Femtosecond Laser Ablation of Metals // Appl. Surf. Sci. 2002. V. 186. № 1–4. С. 358.
- D'Alessio L., Galasso A., Santagata A., Teghil R., Villani A.R., Villani P., Zaccagnino M. Plume Dynamics in TiC Laser Ablation // Appl. Surf. Sci. 2003. V. 208–209. С. 113.
- Grojo D., Hermann J., Perrone A. Plasma Analyses During Femtosecond Laser Ablation of Ti, Zr, and Hf // J. Appl. Phys. 2005. V. 97. № 6. 063306-9.
- Novodvorsky O.A., Khranova O.D., Filippova E.O., Shevelev A.K. Probe Measurements of XeCl Excimer Laser Ablated Al, Cu, Nb, and Ta Solid Samples // Proc. SPIE. 2000. V. 3885. P. 471.
- Локтионов Е.Ю., Овчинников А.В., Протасов Ю.Ю., Ситников Д.С. О спектрально-энергетической эффективности фемтосекундной лазерной абляции полимеров // ДАН. 2010. Т. 434. № 1. С. 38.
- Sinko J.E., Phipps C.R. Modeling CO₂ Laser Ablation Impulse of Polymers in Vapor and Plasma Regimes // Appl. Phys. Lett. 2009. V. 95. № 13. 131105-3.
- Локтионов Е.Ю., Овчинников А.В., Протасов Ю.С., Протасов Ю.Ю., Ситников Д.С. Энергетическая эффективность фемтосекундной лазерной абляции полимерных материалов // ЖПС. 2012. Т. 79. № 1. С. 114.
- D'Souza B.C. Development of Impulse Measurement Techniques for the Investigation of Transient Forces due to Laser-Induced Ablation. Thesis Ph.D. University of Southern California, 2007. 124 p.
- Amer E., Gren P., Kaplan A.F.H., Sjödahl M., El Shaer M. Comparison of the Laser Ablation Process on Zn and Ti using Pulsed Digital Holographic Interferometry // Appl. Surf. Sci. 2010. V. 256. № 14. P. 4633.
- Oh B., Kim D., Kim J., Lee J.-H. Femtosecond Laser Ablation of Metals and Crater Formation by Phase Explosion in the High-Fluence Regime // J. Phys.: Conf. Ser. 2007. V. 59. P. 567.
- Stavropoulos P., Efthymiou K., Chrysosolouris G. Investigation of the Material Removal Efficiency During Femtosecond Laser Machining // Procedia CIRP. 2012. V. 3. P. 471.
- Donnelly T., Lunney J., Amoruso S., Bruzzese R., Wang X., Ni X. Angular Distributions of Plume Components in Ultrafast Laser Ablation of Metal Targets // Appl. Phys. A. 2010. V. 100. № 2. P. 569.
- Ali D., Butt M.Z., Khaleeq-ur-Rahman M. Ablation Yield and Angular Distribution of Ablated Particles from Laser-Irradiated Metals: the Most Fundamental Determining Factor // Appl. Surf. Sci. 2011. V. 257. № 7. P. 2854.
- Konomi I., Motohiro T., Asaoka T. Angular Distribution of Atoms Ejected by Laser Ablation of Different Metals // J. Appl. Phys. 2009. V. 106. № 1. 013107-8.
- Lin J. Time-Resolved Imaging for the Dynamic Study of Ablative Laser Propulsion. Thesis Ph. D. Huntsville: University of Alabama in Huntsville, 2004. 140 p.
- Velardi L., Siciliano M.V., Side D.D., Nassisi V. Production and Acceleration of Ion Beams by Laser Ablation // Rev. Sci. Instrum. 2012. V. 83. № 2. P. 02B717.
- Niemz M.H. Interaction Mechanisms // Laser-Tissue Interactions. Berlin: Springer, 2007. P. 45.

УДК 536.23

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ХЛАДАГЕНТА R-406A В ПАРОВОЙ ФАЗЕ

© 2014 г. О. И. Верба, Е. П. Расчектаева, С. В. Станкус

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, г. Новосибирск

E-mail: stankus@itp.nsc.ru

Поступило в редакцию 18.03.2013 г.

DOI: 10.7868/S0040364414010232

Хладагент R-406A является эффективным заменителем рабочим веществам R-12 и R-500 и представляет собой зеотропную смесь 4 мас. % изобутана C_4H_{10} (R-600a), 41 мас. % 1-хлор-1,1-дифторэтан $C_2H_3ClF_2$ (R-142b) и 55 мас. % хлордифторметана $CHClF_2$ (R-22). Данная смесь подходит для средних и низкотемпературных холодильных систем: транспортных холодильных установок, охлаждающих установок для пищевой промышленности, а также приемлема для ретрофита в автомобильных кондиционерах.

Несмотря на широкое применение, теплофизические свойства этого хладагента изучены недостаточно подробно. В данной работе приведены результаты экспериментального исследования теплопроводности λ хладагента R-406A в паровой фазе и рассчитана температурная зависимость λ в идеально-газовом состоянии и на линии конденсации.

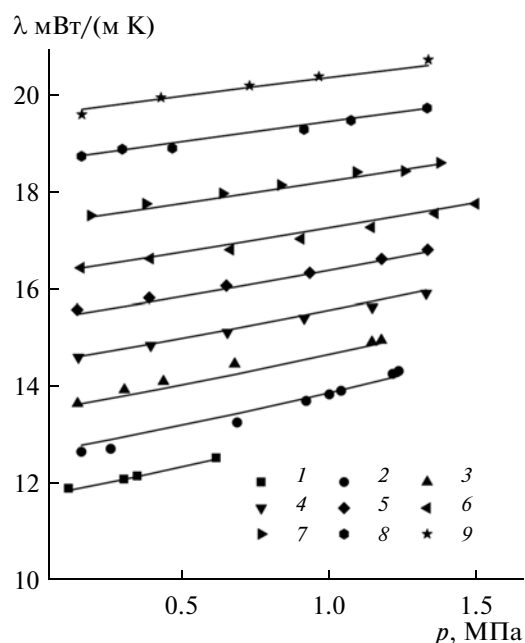
Теплопроводность была определена стационарным методом коаксиальных цилиндров. Подробно методика измерений и экспериментальная техника описаны в [1, 2]. Измерительная ячейка состояла из двух вертикально расположенных соосных никелевых цилиндров: внешний — длиной 140 мм, внутренний — 101.3 мм. Ширина кольцевого зазора между цилиндрами составляла 0.366 ± 0.005 мм. Температуры цилиндров и перепад температуры между ними измерялись медь-константановыми термопарами. Для учета влияния свободных торцов вводились поправки [1]. Установка тарировалась на аргоне чистотой 99.998 об. %. Расхождение со справочными данными не превышало 1%. Перед началом эксперимента установка вакуумировалась до давления $(2-3) \times 10^{-2}$ Тор. Для того чтобы избежать изменения в составе смеси, заполнение измерительной ячейки происходило из жидкой фазы [2]. Погрешность экспериментальных данных по теплопроводности составляла 1.5–2.5%, по температуре — 0.05 К, давлению — не более 4 кПа.

Хладагент R-406A производства Zhejiang Chem-Tech Group Co. Ltd. (Китай) исследовался в интервале температур 308–424 К и давлений 0.1–1.5 МПа

вдоль девяти квазиизотерм. Перед началом измерений смесь подвергалась очистке от воздуха и летучих примесей замораживанием образца жидким азотом с последующей откачкой до давления 3×10^{-2} Тор.

Экспериментальные значения теплопроводности приведены в табл. 1. Сглаженные значения теплопроводности были получены обработкой результатов измерений эмпирической зависимостью [2]

$$\lambda(p, T) = a_{00} + a_{10} \frac{T}{100} + a_{20} \frac{100}{T} + p \left(a_{11} \frac{T}{100} + a_{21} \frac{100}{T} \right) + p^2 \left(a_{12} \frac{T}{100} + a_{22} \frac{100}{T} \right), \quad (1)$$



Изотермы теплопроводности пара R-406A: 1 — $T = 308.5$ К, 2 — 323, 3 — 336.5, 4 — 351.5, 5 — 364.5, 6 — 378, 7 — 392.5, 8 — 410.5, 9 — 423.5; точки — экспериментальные данные, линии — уравнение (1).

Таблица 1. Результаты измерений теплопроводности хладагента R-406A в паровой фазе

T , К	p , МПа	λ , мВт/(м К)	T , К	p , МПа	λ , мВт/(м К)
308.60	0.116	11.9	363.85	1.179	16.6
308.80	0.304	12.1	363.65	1.335	16.8
308.75	0.349	12.2	378.60	0.159	16.5
308.75	0.617	12.6	378.70	0.394	16.7
323.05	0.160	12.7	378.35	0.666	16.9
322.80	0.259	12.7	378.25	0.904	17.1
323.05	0.688	13.3	378.10	1.143	17.3
323.00	0.922	13.7	377.85	1.359	17.6
322.90	1.001	13.9	377.20	1.497	17.7
322.75	1.041	13.9	393.10	0.191	17.6
322.40	1.216	14.3	392.65	0.378	17.8
322.35	1.236	14.3	392.75	0.638	18.0
336.35	0.147	13.7	392.60	0.835	18.2
336.45	0.306	14.0	392.60	1.092	18.5
336.20	0.438	14.1	392.55	1.256	18.5
337.55	0.679	14.6	392.40	1.376	18.6
335.85	1.145	14.9	410.30	0.160	18.8
335.95	1.178	14.9	410.40	0.298	18.9
351.50	0.149	14.6	410.65	0.468	18.9
351.35	0.395	14.9	410.45	0.915	19.3
351.45	0.655	15.1	410.10	1.075	19.5
351.20	0.916	15.4	409.85	1.333	19.7
351.80	1.146	15.7	423.95	0.161	19.7
351.60	1.329	15.9	423.35	0.430	20.0
364.60	0.145	15.6	423.50	0.730	20.2
364.55	0.390	15.9	423.20	0.965	20.4
364.50	0.652	16.1	423.15	1.337	20.7
364.40	0.934	16.4			

где T — температура в К, p — давление в МПа, λ — в мВт/(м К). Параметры уравнения a_{ij} приведены в табл. 2. Среднеквадратичное отклонение полученных экспериментальных значений от сглаженных по (1) не превышает 0.5%. На рисунке представлены экспериментальные данные, приведенные к постоянным температурам (изотермам), и результаты аппроксимации по уравнению (1). Как видно, теплопроводность газообразного R-406A на изотермах практически линейно увеличивается с ростом давления.

С помощью уравнения (1) определена теплопроводность на линии конденсации λ_d и в идеальном-газовом состоянии λ_0 (при $p_0 = 0.101325$ МПа). Данные по давлению пара на линии конденсации p_d были взяты в [3]. Зависимости $\lambda_d(T)$ и $\lambda_0(T)$ описываются уравнениями

$$\lambda_d = b_1 + b_2 T(p_d) + b_3 T(p_d)^2,$$

$$\lambda_0 = c_1 + c_2 T + c_3/T,$$

где $b_1 = 15.115$, $b_2 = -0.1049$, $b_3 = 3.1505 \times 10^{-4}$, $c_1 = -25.225$, $c_2 = 0.09002$, $c_3 = 2874.4$.

Таблица 2. Коэффициенты уравнения (1)

Индексы коэффициента, ij	00	10	20	11	21	12	22
Значение коэффициента, a_{ij}	–25.2253	9.0021	28.3870	0.0123	3.3498	–0.1050	1.6766

Величина λ_0 была рассчитана также в аддитивном приближении на основе экспериментальных данных по идеально-газовой теплопроводности чистых компонентов R-600a, R-142b и R-22 [3]. Относительные отклонения между значениями, вычисленными указанным образом, и экспериментальными лежат в пределах 0.2–4.5% и до 355 К не превышают оцениваемых погрешностей измерений.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 11-08-00065).

УДК 669.1

ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ТЕПЛОЕМКОСТИ И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ СПЛАВОВ СИСТЕМЫ Pb–Ca

© 2014 г. И. Н. Ганиев*, Н. М. Муллоева**, З. Низомов**,
Ф. У. Обидов**, Н. Ф. Ибрагимов*

*Институт химии им. В.И. Никитина АН Республики Таджикистан, г. Душанбе

**Государственное научно-экспериментальное и производственное

учреждение АН Республики Таджикистан, г. Душанбе

E-mail: ganiev48@mail.ru

Поступило в редакцию 22.06.2012 г.

Представлены результаты исследования температурной зависимости теплоемкости и термодинамических функций сплавов свинца с кальцием.

DOI: 10.7868/S0040364414010098

ВВЕДЕНИЕ

Свинец и его сплавы являются важнейшими материалами аккумуляторной и кабельной промышленности.

Авторами [1, 2] показана положительная роль кальция в улучшении коррозионной устойчивости свинца в кислой и нейтральной средах.

В литературе имеются сведения о теплофизических свойствах чистого свинца, в частности о его теплоемкости. Сообщается, что теплоемкость свинца имеет обычную для простых металлов зависимость. Пересекая классическое значение $3R$ в области θ_D , она далее лишь слабо возрастает с повышением температуры вследствие влияния ангармонического и электронного вкладов, а вблизи точки плавления достигает значения $1.21(3R)$. Коэффициент электронной теплоемкости свинца равен $\gamma_e = 3.13$ мДж/моль K^2 [3]. Данные о коэффициентах теплоотдачи и термодина-

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

7. Верба О.И., Груздев В.А. Теплопроводность гептафторпропана HFC 227ea // Теплофизика и аэромеханика. 2002. Т. 9. № 3. С. 467.
8. Верба О.И., Расчектаева Е.П., Станкус С.В. Экспериментальное исследование теплопроводности хладагента R-407C в паровой фазе // ТВТ. 2012. Т. 50. № 2. С. 218.
9. Lemmon E.W., McLinden M.O., Huber M.L. NIST Standard Reference Database 23: Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties-REFPROP. Version 8.0. Standard Reference Data Program. Gaithersburg, Maryland: National Institute of Standards and Technology, 2002.

мических функциях свинца и его сплавов с кальцием авторами не обнаружены.

Известные данные о теплофизических свойствах свинца получены в режиме “нагрева”. По чисто физическим соображениям соблюдение достаточно монотонного изменения температуры объекта в режиме “нагрев” крайне сложно из-за наличия целой цепочки внешних факторов (напряжение в сети печи, теплопроводность окружающей среды и пр.). Наиболее удобным и простым, с этой точки зрения, является режим “охлаждения” [4–7].

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В настоящей работе для измерения удельной теплоемкости металлов в широкой области температур использовался закон охлаждения Ньютона. Количество теплоты, теряемое предварительно нагретым телом при его охлаждении на dT градусов,

Таблица 1. Значения a, b, p, k, ab, pk для сплавов системы Pb–Ca

Ca, мас. %	a, K	$b \times 10^{-3}, c^{-1}$	p, K	$k \times 10^{-5}, c^{-1}$	$ab, K c^{-1}$	$pk, K c^{-1}$
0	220.81	5.83	309.06	9.85	1.29	0.030
0.05	216.20	5.34	311.30	11.03	1.15	0.034
0.1	284.65	6.49	327.22	11.68	1.84	0.038
0.5	220.50	6.60	310.01	10.00	1.45	0.031

равняется $dQ = C_p m dT$. Количество теплоты, теряемое через поверхность тела за время $d\tau$ — $dQ_s = -\alpha(T - T_0) S d\tau$. Если тело выделяет тепло так, что температура всех его точек изменяется одинаково, то будет справедливо равенство [4]

$$C_p m dT = -\alpha(T - T_0) s d\tau, \quad (1)$$

где C_p — удельная теплоемкость, α — коэффициент теплоотдачи, m — масса, s — площадь поверхности образца, T и T_0 — температуры образца и окружающей среды соответственно.

Экспериментально полученные зависимости температуры образцов сплавов от времени охлаждения описываются уравнением вида [4]

$$T = a \exp(-b\tau) + p \exp(-k\tau), \quad (2)$$

где a, b, p, k — постоянные для данного образца; τ — время охлаждения. Ошибка в измерении температуры составляет $0.1^\circ C$. Дифференцируя уравнение (2), получим выражение для скорости охлаждения [4]

$$\frac{dT}{d\tau} = -ab \exp(-b\tau) - pk \exp(-k\tau).$$

По этому уравнению были вычислены скорости охлаждения образцов сплавов. Значения a, b, p, k, ab, pk для исследованных сплавов приведены в табл. 1. Вся обработка результатов производилась в MS Excel, графики строились с помощью программы Sigma Plot. Коэффициент регрессии не менее 0.998.

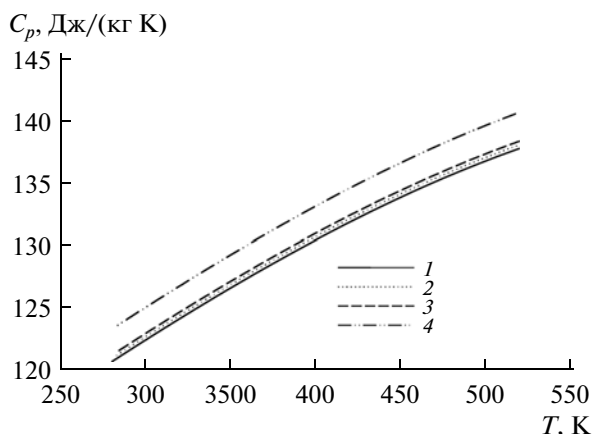


Рис. 1. Температурная зависимость удельной теплоемкости $C_p(T)$ сплавов системы Pb–Ca: 1 — Pb, 2 — Pb + 0.05% Ca, 3 — Pb + 0.1% Ca, 4 — Pb + 0.5% Ca.

Для вычисления удельной теплоемкости сплавов свинца с кальцием были использованы $\alpha(T)$ для чистого свинца марки С2:

$$|\alpha(T)| = 10.9327 - 0.1504T + 0.0005T^2 - 4.7710 \times 10^{-7}T^3.$$

С учетом значений скорости охлаждения и $\alpha(T)$ была вычислена удельная теплоемкость сплавов по уравнению

$$C_p = |\alpha(T)_s| (T - T_0) / [m(dT/d\tau)]:$$

$$100\% \text{ Pb } C_p = 93.8000 + 0.0953T + 2.7800 \times 10^{-5}T^2 - 9.3300 \times 10^{-8}T^3,$$

$$0.05\% \text{ Ca } C_p = 96.6266 + 0.0505T - 2.0535 \times 10^{-4}T^2 + 6.3219 \times 10^{-7}T^3,$$

$$0.1\% \text{ Ca } C_p = 96.7460 + 0.3990T - 1.7942 \times 10^{-3}T^2 + 2.6295 \times 10^{-6}T^3,$$

$$0.5\% \text{ Ca } C_p = 140.9964 + 0.2273T - 3.6283 \times 10^{-3}T^2 + 7.3692 \times 10^{-6}T^3.$$

Зависимость теплоемкости сплавов системы Pb–Ca от температуры представлена на рис. 1.

По имеющимся в литературе экспериментальным данным [3] с помощью программы Sigma Plot были получены следующие уравнения температурной зависимости удельной теплоемкости для свинца и кальция соответственно (в скобках указаны коэффициенты регрессии):

$$C_p = 93.8000 + 0.0953T + 2.7800 \times 10^{-5}T^2 - 9.3300 \times 10^{-8}T^3 \quad (R = 0.9997),$$

$$C_p = 555.1810 + 0.3228T - 0.0002T^2 + 3.9537 \times 10^{-7}T^3 \quad (R = 0.9997).$$

Если тип связи и кристаллическое строение соединения или промежуточной фазы переменного состава несильно отличаются от таковых для компонентов, то их теплоемкость может быть найдена по правилу аддитивности Неймана–Коппа, согласно которому молярная теплоемкость соединения (промежуточной фазы, твердого раствора) равна сумме теплоемкостей компонентов: $C_p = x_1 C_{p1} + x_2 C_{p2}$, где x_1 и x_2 — массовые доли компонентов. Правило Неймана–Коппа выполняется для большинства интерметаллических соединений с точностью примерно 6% в области температур выше температуры Дебая. Поэтому максимальная ошибка в определении теплоемкости сплава и коэффициен-

Таблица 2. Температурная зависимость коэффициента теплоотдачи $\alpha(T)$ (Вт/К м²) сплавов системы Pb–Ca

T, K	Содержание кальция в сплаве, мас. %			
	0	0.05	0.1	0.5
400	8.93	8.97	10.44	10.42
425	8.97	9.01	10.45	10.55
450	9.05	9.07	10.49	10.72
475	9.15	9.15	10.56	10.92
500	9.28	9.25	10.64	11.16
525	9.43	9.36	10.74	11.43
550	9.61	9.49	10.85	11.74

Таблица 3. Температурная зависимость энтальпии H (кДж/моль К) сплавов системы Pb–Ca

T, K	Содержание кальция в сплаве, мас. %			
	0	0.05	0.1	0.5
550	13.55	13.56	15.37	16.42
525	12.83	12.85	14.32	14.56
500	12.12	12.23	13.37	13.02
475	11.41	11.45	12.49	11.76
450	10.72	10.80	11.68	10.73
425	10.03	10.05	10.91	9.88
400	9.35	9.36	10.18	9.18
375	8.68	8.70	9.48	8.59
350	8.02	8.05	8.80	8.09
325	7.38	7.42	8.14	7.63
300	6.74	6.79	7.48	7.20

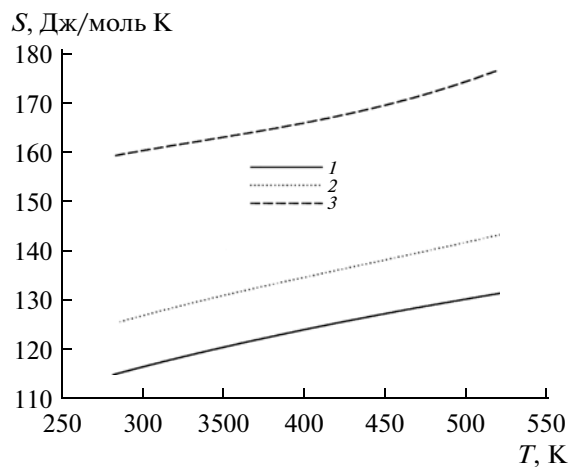
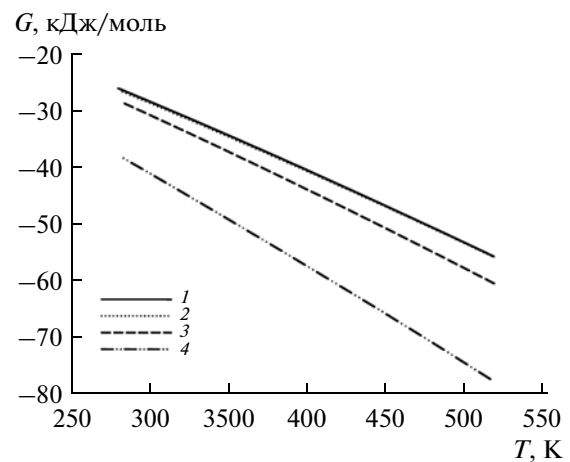
та теплоотдачи составляет $\approx 6\%$. Правило Неймана–Коппа хорошо применимо к промежуточным фазам и тем более к твердым растворам, причем тем лучше, чем ниже энергия их образования (связи).

С учетом правила аддитивности Неймана–Коппа была рассчитана величина удельной теплоемкости сплавов свинца с кальцием. Из уравнения (1)

для коэффициента теплоотдачи получим следующее уравнение:

$$|\alpha(T)| = \frac{C_p(T)m(dT/d\tau)}{(T - T_0)_s}.$$

Далее по вычисленным данным теплоемкости и экспериментально полученным величинам скорости охлаждения была рассчитана температурная за-

**Рис. 2.** Температурная зависимость энтропии сплавов системы Pb–Ca (обозначения см. на рис. 1).**Рис. 3.** Температурная зависимость энергии Гиббса для сплавов системы Pb–Ca (обозначения см. на рис. 1).

висимость коэффициента теплоотдачи (Вт/К м^2). Результаты расчета представлены в табл. 2.

Для расчета температурной зависимости энтальпии, энтропии и энергии Гиббса использован интеграл от молярной теплоемкости:

$$H(T) = H(0) + \int_0^T C_p(T) dT, \quad S = \int_0^T C_p(T) d \ln T, \\ G(T) = H(T) - TS(T).$$

Значение $H(T)$ может быть определено с точностью до значения при температуре $0 \text{ К} - H(0)$, т.е. как разность энтальпий вещества в данном состоянии и при 0 К .

Рассчитанные значения энтальпии сплавов системы Pb-Sa представлены в табл. 3.

Зависимости энтропии и энергии Гиббса от температуры сплавов системы Pb-Sa приведены на рис. 2 и 3. Как видно, с ростом доли кальция в сплавах энтропия системы Pb-Sa увеличивается, а энергия Гиббса уменьшается.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследована температурная зависимость удельной теплоемкости и коэффициента теплоотдачи сплавов системы Pb-Sa . Показано, что с ростом содержания кальция в свинце и температуры удельная

теплоемкость, коэффициент теплоотдачи, энтальпия и энтропия увеличиваются, а энергия Гиббса уменьшается.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дунаев Ю.Д. Нерастворимые аноды из сплавов на основе свинца. Алма-Ата: Наука, 1978. 316 с.
2. Муллоева Н.М., Ганиев И.Н., Обидов Ф.У. Повышение анодной устойчивости свинца, легирование щелочноземельными металлами. Германия: LAP LAMBERT Acad. Publ., 2012. 90 с.
3. Зиновьев В.Е. Теплофизические свойства металлов при высоких температурах. М.: Металлургия, 1989. 383 с.
4. Низомов З., Гулов Б.Н., Саидов Р.Х., Авезов З. Измерение удельной теплоемкости твердых тел методом охлаждения // Вестн. Тадж. нац. ун-та. 2010. Вып. 3 (59). С. 136.
5. Ивлиев А.Д. Метод температурных волн в теплофизических исследованиях (анализ советского и российского опыта) // ТВТ. 2009. Т. 47. № 5. С. 771.
6. Ченцов В.П., Мозговой А.Г., Шевченко В.Г., Киселёв А.И. Политермы плотности и поверхностного натяжения расплавов системы галлий-свинец // ТВТ. 2012. Т. 50. № 1. С. 42.
7. Сидоров В.Е., Упоров С.А., Ягодин Д.А. и др. Плотность, электросопротивление и магнитная восприимчивость сплавов Sn-Vi при высоких температурах // ТВТ. 2012. Т. 50. № 3. С. 371.

УДК 534.222.541.182.3

АКУСТИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ В ДВУХФАЗНОЙ СМЕСИ С ТЕРМОАРЕЛАКСИРУЮЩИМИ ЧАСТИЦАМИ

© 2014 г. В. Р. Песочин

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

Поступило в редакцию 21.03.2013 г.

Проведен теоретический расчет акустической неустойчивости в двухфазной смеси с терморелаксирующими частицами. Частицы считались сферическими и монодисперсными, а их массовая концентрация не превышала 50%. В работе получены формула для расчета частоты акустических колебаний и инкремента, а также приближенная формула для расчета амплитуды колебаний. В этих формулах явным образом учтен теплообмен между частицами и газовой смесью.

DOI: 10.7868/S0040364414010165

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в двигательных и энергетических установках широко применяется металлизированное твердое топливо [1]. Его применение дает возможность резко упростить конструкцию установки, так как делает ненужным насосную подачу топлива в камеру сгорания, в результате чего повышается надежность установки. В импульсной энергетике в качестве штатного топлива для МГД-генераторов применяется твердое ракетное топливо (ТРТ) с добавкой для повышения

температуры продуктов сгорания порошкообразного алюминия [2]. Массовая доля алюминия в этом случае доходит до 50%. Применение этого топлива делает возможным отказ от сложной системы подачи топлива и резко повышает надежность, но имеет и отрицательные черты. Твердое ракетное топливо размещается в самом генераторе плазмы в виде заряда определенной формы, задаваемой законом горения. В процессе работы МГД-генератора данный закон практически нельзя изменить [2]. Как следствие этого, МГД-генера-

тор также является нерегулируемым, вследствие чего были предложены порошкообразные топлива на основе углерода и металлов (алюминий, магний) [3]. Окислителем в этом случае является кислород или воздух. Электрофизические характеристики продуктов сгорания порошкообразных топлив практически не отличаются от характеристик, получаемых при использовании ТРТ. Применение в качестве топлива порошкообразного углерода и алюминия (магния) делает возможным глубокое регулирование МГД-генератора (в результате изменения расходов топлива). Кроме того, оно существенно дешевле ТРТ [3]. Обычно импульсные МГД-генераторы работают при давлении в камере сгорания 50–70 атм, а давление в МГД-канале поддерживается на уровне 1–3 атм. Такой перепад давления реализуется в сопле камеры сгорания. При этом считается, что процесс расширения в сопле является изэнтропным и температура газовой смеси непрерывно следует за изменением давления

$$T = T_k \left(\frac{p}{p_k} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

Здесь γ — показатель адиабаты газовой смеси.

Индекс k относится к параметрам в камере сгорания. Частицы диоксида алюминия также принимают температуру газовой смеси по истечении некоторого промежутка времени, называемого временем релаксации τ_p [4]. Для достаточно крупных частиц диоксида алюминия эта зона может занимать значительную часть канала МГД-генератора. Таким образом, рабочим телом импульсного МГД-генератора является двухфазная смесь с частицами диоксида алюминия со скоростным и температурным запаздыванием.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В данной работе, посвященной получению формул для расчета акустической неустойчивости в двухфазной среде с терморелаксирующими частицами, течение в канале принимается одномерным при полном перемешивании в поперечном направлении и отсутствии перемешивания в продольном, т.е. частицы диоксида алюминия равномерно распределены по поперечному сечению канала и в каждом сечении имеют одинаковую температуру. Частицы диоксида алюминия считались монодисперсными и сферическими. При рассмотрении акустических колебаний полагалось, что газовая смесь является совершенным газом. Горение частиц алюминия происходит согласно уравнению



Отсюда можно получить

$$\frac{\rho_k c_1}{3M_1} = \frac{4\pi r^2 \rho_p N}{3 \cdot 2M_p},$$

где M_1, M_p — молекулярный вес кислорода и диоксида алюминия, c_1 — концентрация кислорода в воздухе, ρ_p — плотность диоксида алюминия, r — радиус частиц.

Используя это соотношение и уравнение адиабаты, получим

$$N = \frac{1}{2} \frac{M_p}{M_1} \frac{\rho_k c_1}{\pi r^3 \rho_p} \left(\frac{p}{p_k} \right)^{1/\gamma}.$$

Полагая давление в канале МГД-генератора постоянным, получим $N = \text{const}$. Для частиц диоксида алюминия с $r = 10$ мкм и давлениями в камере сгорания и канале в 60 атм и 3 атм, можно получить $N = 2.5 \times 10^{10} \text{ м}^{-3}$.

Длина свободного пробега излучения для диатермичной газовой смеси l_R определяется по формуле [5]

$$l_R = \frac{1}{\pi r^2 \epsilon N} = 2 \frac{M_1}{M_p} \frac{r \rho_p}{\epsilon c_1 \rho_k} \left(\frac{p_k}{p} \right)^{1/\gamma}.$$

Здесь ϵ — степень черноты частицы диоксида алюминия. Расчет l_R по этой формуле дает величину ~ 10 см.

Характерные величины каналов мощных МГД-генераторов составляют ~ 1 м. Поэтому можно приближенно считать, что теплообмен частиц диоксида алюминия осуществляется только молекулярной теплопроводностью. Необходимо отметить, что длина свободного пробега излучения в конце камеры сгорания составляет $l_R \sim 1$ см. Отсюда следует, что частицы диоксида алюминия и газовая смесь приближенно находятся в термодинамическом равновесии. Изменение температуры частиц при их движении в расширяющемся газе описывается релаксационным уравнением

$$\frac{dT_p}{dt} = - \frac{T_p - T}{\tau_p}. \quad (1)$$

Здесь $\tau_p = \frac{\rho_p c^0 r^2}{3k}$ — время релаксации температуры, где c^0 — удельная теплоемкость диоксида алюминия, k — коэффициент молекулярной теплопроводности газовой смеси. Будем считать, что время релаксации температуры газовой смеси τ существенно меньше τ_p : $\tau/\tau_p \ll 1$.

Тогда решение уравнения (1) можно записать в виде

$$T_p = T + (T_p^0 - T^0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_p}\right).$$

Здесь индекс 0 относится к начальному сечению сопла канала МГД-генератора.

Далее произведем осреднение разности температур T_p и T . Будем иметь

$$T_p - T = (T_p^0 - T^0) \frac{u \tau_p}{l}.$$

Здесь l — длина канала МГД-генератора.

Используя последнее выражение, получим количество тепла за счет теплообмена с частицами диоксида алюминия

$$Q = 2 \frac{M_p \kappa c_1 \rho_k}{M_1 r^2 \rho_p} (T_p^0 - T^0) \left(\frac{p}{p_k} \right)^{1/\gamma} \frac{u \tau_p}{l}.$$

Будем приближенно считать, что при акустических колебаниях сохраняется стехиометрическое соотношение. Тогда выполняется следующее равенство:

$$\frac{N'}{N} = \frac{p'}{p} = \frac{1}{\gamma} \frac{p'}{p}.$$

Величину Q' можно записать в виде

$$Q' = 2 \frac{M_p \kappa c_1 \rho_k}{M_1 \gamma r^2 \rho_p} (T_p^0 - T^0) \left(\frac{p}{p_k} \right)^{1/\gamma} \frac{u \tau_p p'}{l p}. \quad (2)$$

Из выражения (2) видно, что в канале МГД-генератора возможно возбуждение термоакустических колебаний рэлеевского типа [4]. В настоящей работе исследуется возбуждение акустических колебаний методом, который применялся ранее автором [6, 7]. Уравнение неразрывности, движения и энергии можно записать в виде

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (4)$$

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) = Q + \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (5)$$

Будем считать, что в газовой фазе соблюдается локальное термодинамическое равновесие. Это предположение является обычным в теории горения [4]. Тогда уравнение состояния можно записать в виде

$$\rho = \rho(p, T). \quad (6)$$

Линеаризуем уравнения (3)–(6) с учетом $\frac{\omega l}{u} \gg 1$ (высокочастотные колебания)

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \rho \frac{\partial u'}{\partial x} + u' \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x}, \quad (8)$$

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T'}{\partial t} + u' \frac{\partial T}{\partial x} \right) = Q' + \frac{\partial p'}{\partial t}, \quad (9)$$

$$\frac{p'}{p} = \frac{p'}{p} - \frac{T'}{T}. \quad (10)$$

После несложных преобразований линеаризованных уравнений (7)–(10) получим [6, 7]

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{p'}{p} \right) = a_s^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{p'}{p} \right) + 2\delta \frac{\partial}{\partial t} \frac{p'}{p}, \quad (11)$$

где a_s — скорость звука в газовой смеси,

$$\delta = \frac{M_p \kappa c_1 \rho_k}{M_1 \gamma r^2 \rho_p} \left(\frac{T_p^0 - T^0}{c_p T_0 \rho_0} \right) \left(\frac{p}{p_k} \right)^{1/\gamma} \frac{u \tau_p}{l},$$

ρ_0 — плотность в газовой смеси в начале канала МГД-генератора. Для определения частоты акустических колебаний при их возбуждении необходимо задать граничные условия. В настоящей работе предполагается, что в акустическом смысле канал МГД-генератора представляет собой трубу, открытую с одной стороны. Это предположение можно считать справедливым, так как поперечное сечение сопла существенно меньше поперечного сечения диффузора.

Тогда $\frac{\partial p'}{\partial x} = 0$ при $p' = 0$ и $x = l$.

Решая уравнение (11) методом разделения переменных, с учетом граничных условий получим

$$\frac{p'}{p} = e^{\delta t} \sum_{k=1}^{\infty} B_k \cos \frac{\pi(2k-1)}{2} \times \\ \times x \cos \sqrt{\omega_k^2 - (\omega^2 t + \varphi_k)}. \quad (12)$$

Здесь $k = 1, 2, 3 \dots$

Величины B_k и φ_k определяются из начальных условий. Собственная частота канала, рассчитываемая из граничных условий, будет равна

$$\omega_k = \pi \left(k - \frac{1}{2} \right) a_s / l.$$

Из выражения (12) видно, что при $\delta > 0$ будет происходить возбуждение акустических колебаний, вызванных терморелаксирующими частицами диоксида алюминия, с инкрементом $\mu = \frac{2\pi\delta}{\lambda}$,

$$\lambda^2 = \omega_k^2 - \delta^2.$$

Считая, как обычно, $u' \sim \exp(i\omega t - ikx)$, $p' \sim \exp(i\omega t - kx)$, из уравнения (8) получим

$$u' = \frac{a_s p'}{\gamma p}. \quad (13)$$

Подставим в (13) уравнение (12) и усредним его по колебательным членам. Будем иметь

$$(u')^2 = e^{2\delta t} B_1^2 \left(\frac{a_s}{\gamma} \right)^2.$$

Здесь рассматривается только основная мода колебаний, так как она всегда присутствует при акустических колебаниях [4]. Из последнего выражения следует, что $(u')^2$ и A^2 , где A — амплитуда скорости акустических колебаний, связаны следующим соотношением:

$$(u')^2 = A^2 e^{2\delta t}.$$

Интенсивность поглощения акустических колебаний определяется величиной $A^2 e^{-2\gamma_1 x}$, где γ_1 — коэффициент поглощения

$$\gamma_1 = \frac{\dot{E}}{2a_s E}.$$

Здесь $E = \frac{\rho A^2}{2}$ — полная энергия звуковой волны.

Величина \dot{E} связана с процессом поглощения акустических колебаний за счет вязкости и молекулярной теплопроводности. Но в ней не учитывается поглощение акустических колебаний на температурных неоднородностях, таких, как горящее дисперсное топливо, терморелаксирующие частицы, пограничный слой около твердых поверхностей и т.д. В настоящее время учесть все факторы, приводящие к существенно большему поглощению, чем в классической теории [8], не представляется возможным. Поэтому в данной работе делается простейшее допущение о том, что вся энергия акустических колебаний поглощается в канале МГД-генератора. Тогда

$$\dot{E} = \frac{\rho A^2 \omega}{2 \cdot 2\pi}.$$

Величина

$$\gamma_1 = \frac{\omega}{4\pi a_s} \quad (14)$$

удовлетворяет неравенству $\gamma_1 a_s / \omega \ll 1$, т.е. поглощение на длине волны будет малой величиной [8]. Уравнение баланса акустической энергии [8] с учетом (14) можно записать в виде

$$\frac{da_s^2}{dt} = 2\delta A^2 e^{2\delta t} - \frac{1}{4} \left(\frac{\omega}{\pi a_s} \right)^2 A^4 e^{\frac{-\omega t}{\pi}}.$$

Отсюда стационарная усредненная величина A^2 будет равна

$$A^2 = \frac{8\pi a_s^2 \delta}{\omega}. \quad (15)$$

Из этой формулы следует, что мощность акустических колебаний не зависит от частоты

$$(\dot{E} = 2a_s^2 \delta \rho).$$

Подставляя выражение (15) в (13), получим формулу для расчета p'

$$\frac{p'}{p} = 2\gamma \sqrt{\frac{2\pi\delta}{\omega}}.$$

Из этого выражения следует, что с ростом интенсивности горения частиц алюминия (увеличение c_1 и уменьшение размеров частиц) растут амплитуды колебаний давления в канале МГД-генератора, а с увеличением частоты уменьшается амплитуда колебаний. В заключение приведем пример расчета $\frac{p'}{p}$:

пусть $\delta = 8c^{-1}$, $\omega = 10^4 c^{-1}$, тогда $\frac{p'}{p} = 20\%$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Показана возможность акустической неустойчивости в канале МГД-генератора с терморелаксирующими частицами диоксида алюминия.
2. Получена формула для определения амплитуды колебаний давления.
3. Показано, что мощность акустических колебаний не зависит от частоты.
4. С ростом начальной концентрации кислорода и уменьшением размеров частиц увеличивается амплитуда колебаний давления в канале МГД-генератора.
5. Показано, что с ростом частоты амплитуда колебаний давления уменьшается.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ягодников Д.А. Воспламенение и горение порошкообразных металлов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. 432 с.
2. Асиновский Э.И., Зейгарник В.А., Лебедев Е.Ф. и др. Импульсные МГД-преобразователи химической энергии в электрическую. М.: Энергоатомиздат, 1997. 266 с.
3. Дегтев Ю.Г., Панченко В.П. Численное исследование свойств продуктов сгорания порошкообразных топлив для импульсных МГД-генераторов // ТВТ. 1993. Т. 31. № 2. С. 229.
4. Артамонов К.И. Термогидроакустическая неустойчивость. М.: Машиностроение, 1982. 260 с.
5. Оцисик М.Н. Сложный теплообмен. М.: Мир, 1976. 716 с.
6. Песочин В.Р. Возбуждение акустических колебаний при горении частиц магния в высокотемпературной среде // Изв. РАН. Энергетика. 2003. № 6. С. 110.
7. Песочин В.Р. Акустическая неустойчивость при горении капель жидкого топлива // ТВТ. 2009. Т. 47. № 1. С. 148.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.